

## Práctica Semana 11

1. Demuestre las siguientes expresiones:

▪ a)

$$\begin{array}{l} \text{H0: } (\forall x | P(x) \vee Q(x) : (Q(x) \Rightarrow P(x)) \Rightarrow Z(x)) \\ \text{H1: } \neg(\exists x | P(x) \vee Q(x) : Z(x)) \\ \hline \therefore \neg(\exists x | \neg(\neg P(x) \wedge \neg Q(x)) : \neg P(x) \Rightarrow \neg Q(x)) \end{array}$$

▪ b)

$$\begin{array}{l} \text{H0: } (\forall x | P(x) : \neg Q(x) \Rightarrow R(x) \vee Q(x)) \Rightarrow (\exists y | P(y) \wedge Q(y) : Q(y) \wedge \neg R(y)) \\ \text{H1: } (\forall x | P(x) : \neg Q(x) \Rightarrow R(x) \vee Q(x)) \Leftarrow (\exists x | : Q(x) \wedge P(x) \wedge \neg R(x)) \\ \hline \therefore (\exists x | P(x) \wedge Q(x) : \neg R(x) \wedge (false \wedge P(x)) \Rightarrow \neg P(x)) \end{array}$$

2. Represente las siguientes oraciones mediante lógica de predicados, utilizando un vocabulario congruente:

- a) No todos los estudiantes cursan historia y biología.
- b) Sólo uno de los estudiantes reprobó historia.
- c) Sólo uno de los estudiantes reprobó historia y biología.
- d) La mejor de las calificaciones obtenida en historia fue mejor que la mejor de las calificaciones obtenidas en biología.
- e) Toda persona a quien le desagradan todos los vegetarianos es inteligente.
- f) A nadie le gusta un vegetariano inteligente.
- g) Hay una mujer a quien le gustan todos los hombres que no son vegetarianos.
- h) Hay un barbero que rasura a todos los hombres del pueblo que no se rasuran ellos mismos.
- i) A nadie le gustan los directores a menos que éstos sean inteligentes.
- j) Los políticos pueden engañar a algunos siempre, pueden engañar a todos a veces, pero no pueden engañar a todos siempre.

3. Modele las siguientes expresiones utilizando lógica de predicados. Recuerde especificar dominio, constantes, símbolos relacionales y símbolos funcionales para cada ejercicio:

a) Hay tres anillos distintos para los Reyes Elfos que se encuentran bajo el cielo.

El número de anillos destinados para los Señores Enanos que estén en casas de piedra es 7. Asimismo, el número de anillos destinados para los Hombres Mortales es de 9. Lamentablemente, los Hombres Mortales están condenados a morir.

Existe un Anillo Único para el Señor Oscuro. Este anillo gobierna a todos los demás anillos, y a todos los demás seres excepto el Señor Oscuro. El Anillo Único atrae a todos los seres y los ata en las tinieblas, en la Tierra de Mordor, donde se extienden las Sombras.

Si el Señor Oscuro posee el Anillo Único, todos los seres menos el Señor Oscuro perecerán, y el Señor Oscuro gobernará la Tierra.

Por lo tanto, hay un Hombre Mortal con un anillo, que es gobernado por el Anillo Único y está atado en las tinieblas.

b) En un aeropuerto siempre hay turistas y ejecutivos. Todos los turistas que compran su boleto con dos meses de antelación pagan menos por su boleto que aquellos turistas que no lo hacen. Hay al menos un turista en un aeropuerto que no sabe a dónde viaja, pero todos los ejecutivos saben a dónde viajan. Los ejecutivos conocen a algún turista que está en el mismo aeropuerto que ellos, pero no hay ningún turista que no conozca a otro turista que se encuentre en un aeropuerto distinto. María es turista y conoce a un ejecutivo que está en el mismo aeropuerto que ella, y este ejecutivo conoce a Marta, quien está en el aeropuerto de Maiquetía. María no está en el aeropuerto de Maiquetía.

Entonces, María no conoce a Marta.

c) Ningún estudiante conoce a algún otro estudiante que no se conozca a sí mismo. Todo estudiante conoce a una persona, y cualquier profesor conoce a todos los estudiantes de alguna de las clases que imparte. Es necesario, para que un profesor conozca a una persona, que ese alguien sea un estudiante de alguna de las clases que imparte, o que sea algún otro profesor que imparta alguna de las materias que él no imparta, o que sea familiar suyo. Basta que un estudiante conozca a un profesor para que ese profesor conozca a otro estudiante conocido por el estudiante. Sin embargo, no es suficiente que un profesor imparta clases de Lógica o de Algoritmos para que él o alguno de los profesores que él conoce conozca a todos los estudiantes de Estructuras Discretas. Juan es profesor e imparte clases de Lógica y Estructuras Discretas. Alberto es profesor e imparte clases de Algoritmos. Por lo tanto, Juan no conoce a todos los estudiantes de Algoritmos, pero sí conoce a al menos uno de los estudiantes de la clase de Algoritmos impartida por Alberto.

4. Demuestre lo siguiente utilizando el Metateorema del Testigo (9.30):

▪ a)

$$\begin{array}{l} \text{H0: } (\forall x | P(x) \vee R(x) : \neg Q(x)) \\ \text{H1: } (\exists x | : \neg(\neg P(x) \wedge \neg R(x))) \\ \hline \therefore (\exists x | : \neg Q(x)) \end{array}$$

▪ b)

$$\begin{array}{l} \text{H0: } (\forall x | P(x) : \neg Q(x)) \\ \text{H1: } (\exists x | : R(x) \wedge Q(x)) \\ \hline \therefore (\exists x | : R(x) \wedge \neg P(x)) \end{array}$$