

## Práctica 8

1. Demostrar los siguientes teoremas, dado que  $n \geq 0$ :
  - a)  $(\sum i \mid 0 \leq i \leq n : b[i]) = (\sum i \mid 0 \leq i < n : b[i]) + b[n]$
  - b)  $(\forall i \mid 0 \leq i < n + 1 : b[i] = 0) \equiv b[0] = 0 \vee (\forall i \mid 0 < i < n + 1 : b[i] = 0)$
2. Demostrar el siguiente teorema:
 
$$(\sum i \mid 0 \leq i \leq n : i) = (i \mid 0 \leq i \leq n \wedge \text{even}.i : i) + (\sum i \mid 0 \leq i \leq n \wedge \text{odd}.i : i)$$
3. Dadas las siguientes funciones:  $a : A \rightarrow B$ ,  $b : B \rightarrow C$ ,  $c : C \rightarrow A$ ,  $d : AC \rightarrow D$  y  $e : BB \rightarrow E$ , determine si cada una de las siguientes expresiones es correcta con respecto a los tipos. Justifique su respuesta. Recuerde que la notación  $f.x$  puede usarse en vez de  $f(x)$ . Suponga  $u : A$ ,  $w : B$ ,  $x : C$ ,  $y : D$ , y  $z : E$ .
  - a)  $e(a.u, w)$
  - b)  $b.x$
  - c)  $e(a(c.x), a.u)$
  - d)  $a(c(b(a.y)))$
  - e)  $d(c.x, c.x)$
4. Para cada ocurrencia de variable en las siguientes expresiones, determine si la misma es ligada o libre:
  - a)  $(\forall x \mid R(x, y) \wedge P(x, y) : Q(x, y)) \equiv \neg((\forall x, y \mid R(x, y) : \neg Q(x, y)) \vee (\forall x \mid P(x, y) : \neg Q(x, z)))$
  - b)  $(\exists x, y \mid R(x, y, z) \vee P(x, y) : Q(x, y)) \equiv \neg((\forall x \mid R(x, y, y) : \neg Q(x, y)) \wedge (\forall x, z \mid P(x, z) : \neg Q(x, z)))$
  - c)  $\neg(\exists x \mid R(x, z) : \neg(P(x, z) \vee Q(x))) \equiv (\forall x, z \mid R(x, z) \wedge P(x, z) : Q(x))$
  - d)  $(\forall x \mid R(x, z) : Q(x)) \vee (\forall x \mid P(x) : Q(x)) \Rightarrow (\forall x, z \mid R(x, z) \vee P(x) : Q(x))$
  - e)  $(\exists x, y \mid R(x, y) \wedge P(x) : Q(x)) \Rightarrow (\exists x \mid R(x, y) : Q(x)) \wedge (\exists x \mid P(x) : Q(x))$
  - f)  $(\forall x \mid R(x, y, y)) \wedge (\exists y \mid (\forall z \mid P(y, y) : x \equiv y) \equiv (x \equiv y) \wedge (y \equiv z))$
  - g)  $(\exists x \mid \text{Persona}(x) : (\exists y \mid \text{Persona}(y) : \text{EstaCasadoCon}(x, y) \wedge \text{EsHijoDe}(z, x)))$
5. Expanda las siguientes sustituciones textuales. Cuando sea necesario, utilice una variable fresca antes de realizar la sustitución.
  - a)  $(\sum x \mid 0x + r < n : x + v)[v := 3]$
  - b)  $(\sum x \mid 0x + r < n : x + v)[x := 3]$
  - c)  $(\sum x \mid 0x + r < n : x + v)[n := n + x]$
  - d)  $(\sum x \mid 0 \leq x < r : (\sum y \mid 0 \leq y : x + y + n))[n := x + y]$
  - e)  $(\sum x \mid 0 \leq x < r : (\sum y \mid 0 \leq y : x + y + n))[r := y]$

f )  $((\forall x \mid R(x, y) \wedge P(x) : Q(x)) \equiv \neg((\forall x \mid R(x, y) : \neg Q(x)) \vee (\forall x \mid P(x) : \neg Q(x))))[y := f(x, y, z)]$

g )  $((\exists x \mid R(x, y, z) \vee P(x) : Q(x)) \equiv \neg((\forall x \mid R(x, z, z) : \neg Q(x)) \wedge (\forall x \mid P(x) : \neg Q(x))))[z := h(z)]$

h )  $((\exists x \mid R(x, y) \wedge P(x) : Q(x, y)) \Rightarrow (\exists x, y \mid R(y, y) : Q(x, y)) \wedge (\exists x \mid P(x) : Q(x, y)))[y := f(z, z)]$

6. Represente las siguientes argumentos mediante lógica de predicados. Indique el dominio y el lenguaje (constantes, símbolos funcionales y relacionales):

- a) Cualquier guerrero Yanomami es agresivo con sus vecinos si gracias a ello obtiene al menos una esposa. Todos los Yanomami son guerreros. Por lo tanto, cualquier Yanomami que está casado es agresivo con sus vecinos.
- b) Nadie confía en las personas que nunca pagan sus deudas. Todo el mundo cuenta con la confianza de sus familiares. Por lo tanto, cualquier persona que tenga familia paga algunas de sus deudas.
- c) Cualquier animal de la selva al que todo el mundo teme, teme a alguien. Quien teme a alguien se teme a sí mismo. Ningún animal se teme a sí mismo. Por lo tanto, no hay en la selva ningún animal al que todo el mundo teme.